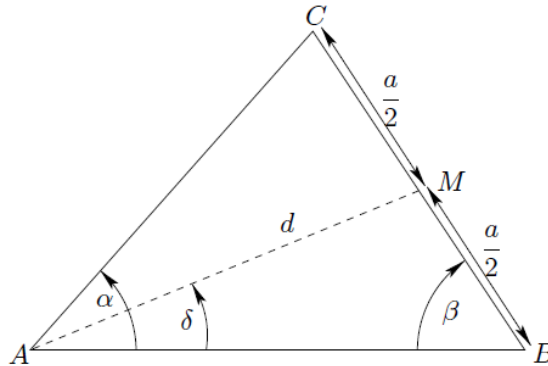


Álgebra y Geometría Ayudantía 3

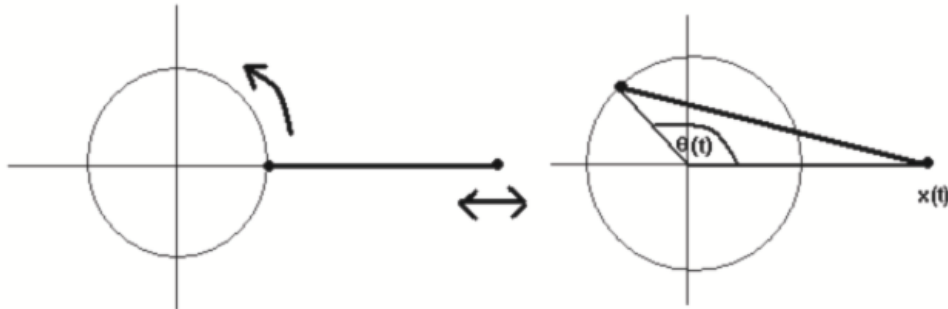
Teorema del Seno y del Coseno

1. En el triángulo $\triangle ABC$ de la figura, M es el punto medio del lado \overline{BC} . Usando el Teorema del Seno en $\triangle ABM$ y $\triangle AMC$, demuestre que

$$\cot(\delta) = 2 \cot(\alpha) + \cot(\beta)$$



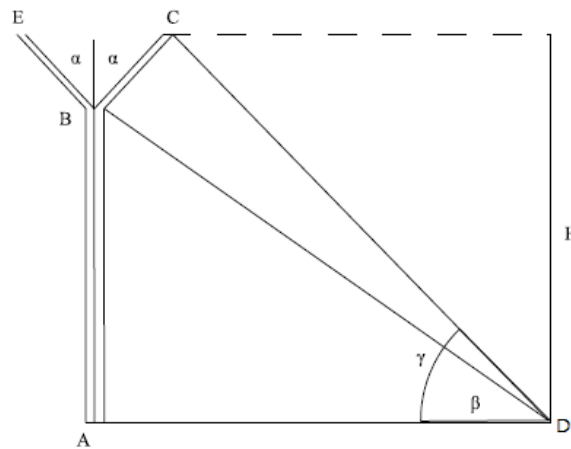
2. Una rueda de 1[m] de radio, gira en torno a su centro a razón de una vuelta por minuto. Adosada a ella, está el extremo de una varilla de 3[m], cuyo otro extremo se mueve horizontalmente en el eje X , como se muestra en la figura. En el instante $t = 0$, el extremo de la varilla adosada en la rueda está en el punto $(1, 0)$. Denote por $x(t)$ la posición en el eje X del extremo de la varilla adosada al eje X . Encuentre explícitamente $x(t)$.



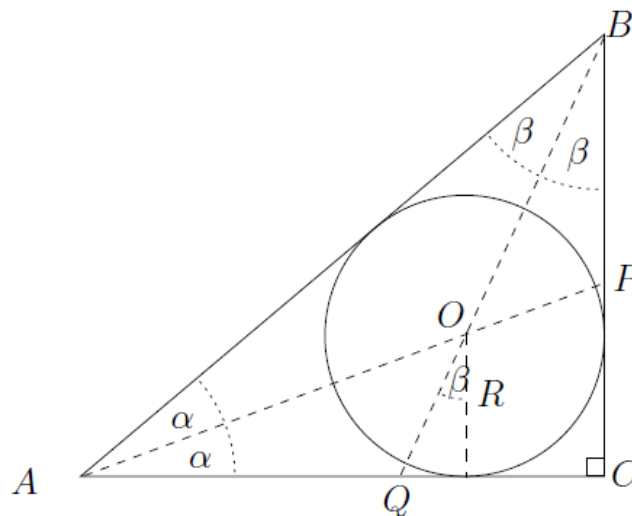
3. La torre de alta tensión de la figura está compuesta por un pilar \overline{AB} de altura h , coronada por dos tirantes simétricos \overline{BC} y \overline{BE} , que forman un ángulo de 2α . Los ángulos de elevación de la horizontal \overline{AD} a los puntos B y C son β y γ respectivamente. Demuestre que

$$H = h \cdot \frac{\sin(\gamma) \cos(\beta - \gamma)}{\sin(\beta) \cos(\alpha - \gamma)}$$

Pista: Aplique el teorema del seno al $\triangle BDC$.



4. El triángulo $\triangle ABC$ de la figura es rectángulo en C , y tiene su círculo inscrito de radio R , centrado en O . Las bisectrices por los vértices A y B que pasan por O , cortan los lados \overline{BC} y \overline{AC} en los puntos P y Q respectivamente.



El objetivo de este ejercicio es de mostrar que

$$\frac{1}{AQ} + \frac{1}{BP} = \frac{1}{R}$$

Usando los ángulos auxiliares α y β de la figura, siga los siguientes pasos:

- Encuentre una expresión para \overline{AO} en términos de R y α .
- Encuentre una expresión para \overline{AQ} en términos de \overline{AO} , α y β .
- Usando los pasos anteriores, calcule $\frac{1}{AQ}$, en términos de R , α y β .
- Siga el procedimiento análogo para obtener $\frac{1}{BP}$ (note que su cálculo es inmediato), y deducir la propiedad final.